

Esercizi

Fisica nucleare

Esercizio

Qual è la differenza tra una reazione chimica e una reazione nucleare?

Soluzione

In una reazione chimica vengono coinvolti esclusivamente alcuni elettroni degli atomi reagenti, per cui gli elementi chimici rimangono gli stessi; invece in una reazione nucleare sono coinvolti i nuclei e poiché cambia il numero atomico, gli elementi chimici coinvolti si tramutano in altri elementi.

Esercizio

Per quale motivo la luce di un laser è in grado di eccitare gli elettroni di un atomo ma non il suo nucleo?

Soluzione

Le differenze di energia degli stati del nucleo sono dell'ordine dei MeV, mentre la luce del laser è composta da fotoni la cui energia è di alcuni eV, quindi di 5 o 6 ordini di grandezza inferiori.

Esercizio

Applicando la legge del decadimento nucleare a due campioni identici, composti dallo stesso numero di atomi dello stesso elemento chimico, si ottengono risultati identici per entrambi i campioni. Per esempio, il tempo necessario perché avvenga il primo decadimento risulta lo stesso per entrambi i campioni. Come si concilia questa conclusione con il fatto che il processo di decadimento è un evento aleatorio e dunque non prevedibile con certezza? Può verificarsi il caso che a un certo istante t il numero di atomi rimasto nei due campioni sia diverso?

Soluzione

La legge di decadimento, a rigore, fornisce il valore medio degli atomi non decaduti al tempo t . Questo valore medio è calcolato su un gran numero di campioni identici, ciascuno dei quali ha una sequenza di decadimenti non prevedibile. Può quindi darsi il caso, ed è anzi la norma, di due campioni identici che allo stesso istante contengono un diverso numero di atomi non decaduti.

Esercizio

È più dannoso assorbire 1 mJ di energia da radiazione beta oppure 1 mJ di energia da radiazione alfa?

Soluzione

Il fattore moltiplicativo che definisce la dose equivalente della radiazione alfa è venti volte maggiore di quello della radiazione beta, quindi è più dannosa la seconda ipotesi.

Esercizio

Nella cobaltoterapia per la cura dei tumori, l'isotopo radioattivo cobalto-60 è utilizzato come sorgente di fotoni gamma di alta energia. I fotoni gamma, infatti, sono preferibili alle particelle alfa e beta per la distruzione di cellule maligne. Perché?

Soluzione

Perché riescono a penetrare più a fondo nei tessuti.

Esercizio

Per quale motivo i processi di fissione nucleare che rilasciano energia sono quelli che coinvolgono nuclei pesanti?

Soluzione

Per questi nuclei, l'energia di legame (che è negativa) per nucleone diminuisce al diminuire del numero di nucleoni e dunque i prodotti della scissione hanno energia di legame minore del nucleo originario: ne deriva il rilascio di energia sotto forma di radiazione o energia cinetica dei prodotti.

Esercizio

I processi di fusione di nuclei leggeri sono esoenergetici, cioè producono energia: perché è così difficile realizzarli?

Soluzione

Il bilancio energetico è tra i prodotti finali e quelli iniziali, ma non tiene conto delle condizioni intermedie. La realizzazione di processi di fusione è resa difficile dalle forze di repulsione (elettrostatiche) tra i nuclei coinvolti: per avvicinare i nuclei a distanza tale da innescare la fusione è necessaria una rilevante quantità di energia, una condizione che si realizza se il sistema si trova a temperature molto elevate.

Esercizio

Un nucleo di elio (particelle alfa) è formato a partire da quattro particelle isolate: due protoni e due neutroni. La massa del nucleo di elio è $6,645 \times 10^{-27}$ kg. Calcola il difetto di massa del nucleo di elio e l'energia di legame della particella alfa.

Soluzione

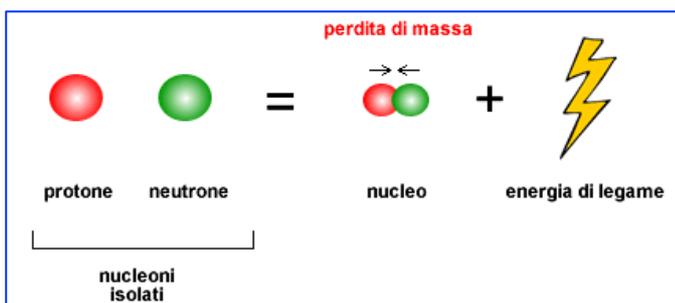
La somma delle masse dei nucleoni (protoni+neutroni) vale:

$$2m_p + 2m_n = 2 \cdot (1,6726 + 1,6749) \cdot 10^{-27} = 6,695 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

La massa del nucleo di elio è minore della somma delle masse delle particelle che lo compongono. La differenza di massa, chiamata difetto di massa, è:

$$\Delta m = (6,695 - 6,645) \cdot 10^{-27} = 5,0 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$$

Per il principio di equivalenza tra massa ed energia ($E=mc^2$), questo difetto di massa



rappresenta l'energia di legame del nucleo, ossia l'energia liberata nella formazione di un nucleo a partire dai suoi componenti (protoni e neutroni) (o, equivalentemente, l'energia necessaria per separare i suoi componenti e portarli allo stato libero).

Se indichiamo con Δm il difetto di massa, l'energia di legame E è data da:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 5,0 \cdot 10^{-29} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 4,5 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

Esercizio

Un nucleo di $^{238}_{92}\text{U}$ decade emettendo una particella alfa. Quale nucleo si produce in questa reazione?

Soluzione

Fissione dell'uranio 238

$$^{92}_{92}\text{U}^{238} \rightarrow ^{90}_{90}\text{Th}^{234} + ^2_2\text{He}^4$$

prima dopo

nella reazione scompare il nucleo di uranio (U) si trasforma in un nucleo di elio (He) e uno di torio (Th)

Il numero atomico dell'uranio è $A=Z+N=238$ per cui ha $Z=92$ protoni e $N=A-Z=146$ neutroni. Una particella alfa è un nucleo di elio formato da due protoni e due neutroni. Tenendo presente che nelle reazioni nucleari il numero di protoni e neutroni si deve conservare, si ha, dopo il decadimento:

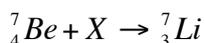
$$N=146-2=144 \quad Z=92-2=90$$

$$A=N+Z=144+90=234$$

Dalla tavola periodica si trova che l'elemento è il torio $^{234}_{90}\text{Th}$. La reazione di decadimento è rappresentata in figura.

Esercizio

Nella seguente reazione nucleare cosa rappresenta la X:



Soluzione

Poiché la carica del nucleo è diminuita di una unità elementare, deve avere emesso una carica negativa, in virtù della legge di conservazione della carica elettrica: quindi X rappresenta un elettrone.

Esercizio

Un campione di materiale radioattivo ha un tempo di dimezzamento di 3 giorni. Dopo 9 giorni, 2 kg di questo campione non sono ancora decaduti. Qual è la massa iniziale del campione radioattivo?

Soluzione

Poiché il tempo di dimezzamento è di 3 giorni, in 9 giorni il campione si dimezza 3 volte. La quantità finale è quindi 1/8 di quella iniziale, per cui la massa iniziale è 16 kg.

Esercizio

Il polonio-218 (^{218}Po) si trasforma in piombo-214 (^{214}Pb) con un periodo di dimezzamento $T_{1/2}=3,05$ min. Dopo quanto tempo un campione di polonio-218 si è ridotto a 1/100 della sua consistenza iniziale?

Soluzione

Se indichiamo con N_0 il numero di nuclei di ^{218}Po presenti all'istante $t=0$ s, il problema chiede qual è l'istante t in corrispondenza del quale si ha $N(t)=N_0/100$. La vita media del ^{218}Po è data dalla seguente relazione:

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{3,05 \cdot 60}{0,693} = 264 \text{ s}$$

Utilizzando la legge del decadimento radioattivo:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$$

possiamo scrivere che:

$$\frac{N_0}{100} = N_0 e^{-t/\tau} \xrightarrow{\text{da cui}} t = \tau \ln 100 = 264 \cdot 4,605 = 1220 \text{ s} \approx 20 \text{ min}$$

Dopo circa 20 minuti, il numero di nuclei di ^{218}Po si è ridotto a 1/100 del valore iniziale.

Esercizio

Durante una spedizione archeologica, viene rinvenuto un frammento di ossa di una tigre dai denti a sciabola. Le analisi rilevano una presenza di carbonio-14 uguale al 20% di quello presente in un organismo vivente. Il tempo di dimezzamento del carbonio-14 è di 5730 anni. Stima l'età del reperto.

Soluzione

La vita media del ^{14}C è data dalla seguente relazione:

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{1,81 \cdot 10^{11}}{0,693} = 2,607 \cdot 10^{11} \text{ s} \quad \text{dove: } T_{1/2} = 5730 \text{ anni} = 1,81 \cdot 10^{11} \text{ s}$$

Utilizzando la legge del decadimento radioattivo:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$$

e tenendo presente che il ^{14}C è uguale al 20% di quello presente in un organismo vivente, si ottiene:

$$0,2N_0 = N_0 e^{-t/\tau} \xrightarrow{\text{da cui}} t = -\tau \ln 0,2 = -2,607 \cdot 10^{11} \cdot (-1,609) = 4,196 \cdot 10^{11} \text{ s} \approx 13000 \text{ anni}$$

Esercizio

Il fosforo radioattivo ha un tempo di dimezzamento uguale a $1,7 \times 10^6$ s. Un campione di fosforo radioattivo contiene inizialmente $5,3 \times 10^5$ atomi. 1) Calcola il numero di atomi residui dopo il decimo giorno. 2) Dimostra che il numero di atomi residui dopo un periodo di tempo pari alla metà del tempo di dimezzamento è uguale a $N_0/\sqrt{2}$. 3) Verifica la coerenza numerica tra le due risposte precedenti.

Soluzione

1) Tenendo presente che:

$$T_{1/2} = 1,7 \cdot 10^6 \text{ s} = 20 \text{ giorni} \quad t(10 \text{ giorni}) = \frac{T_{1/2}}{2} = 8,5 \cdot 10^5 \text{ s} \quad \tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{1,7 \cdot 10^6}{0,693} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ s}$$

si ha che il numero di atomi residui dopo 10 giorni, grazie alla legge del decadimento radioattivo, è dato da:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau} = 5,3 \cdot 10^5 \cdot e^{-\frac{8,5 \cdot 10^5}{2,5 \cdot 10^6}} = 3,7 \cdot 10^5 \text{ atomi}$$

1) Poichè $t = T_{1/2}/2$, ossia $T_{1/2} = 2t$ e tenendo presente che:

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = \frac{2t}{\ln 2}$$

si ottiene:

$$N\left(t = \frac{T_{1/2}}{2}\right) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = N_0 e^{-\frac{1}{2} \ln 2} = \frac{N_0}{\sqrt{2}}$$

2) Numericamente il numero di atomi residui dopo un periodo di tempo pari alla metà del tempo di dimezzamento è pari a:

$$N\left(t = \frac{T_{1/2}}{2}\right) = \frac{N_0}{\sqrt{2}} = \frac{5,3 \cdot 10^5}{\sqrt{2}} = 3,7 \cdot 10^5 \text{ atomi}$$

Il risultato è coerente con quello trovato al punto 1).

Esercizio

Un campione è composto da due radionuclidi A e B. Del primo sono inizialmente presenti $N_{A,0} = 3,0 \times 10^{12}$ atomi ed ha un tempo di dimezzamento $T_A = 28,8$ anni, del secondo sono presenti inizialmente $N_{B,0} = 5,4 \times 10^{12}$ atomi e il suo tempo di dimezzamento è $T_B = 17,7$ anni. 1) Determina l'attività iniziale del campione. 2) Dopo quanto tempo le attività dei due radionuclidi saranno uguali?

Soluzione

1) L'attività R di un campione radioattivo, che rappresenta il numero di decadimenti che avvengono nell'unità di tempo, è determinata dalla seguente relazione:

$$R = -\frac{dN}{dt} = -\frac{d}{dt} N_0 e^{-t/\tau} = \frac{1}{\tau} N_0 e^{-t/\tau} \xrightarrow{\tau = T_{1/2}/\ln 2} R = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}$$

All'istante iniziale $t=0$ l'attività R diventa:

$$R = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} N_0$$

L'attività del campione, nel nostro caso, è data dalla somma delle attività dei due radionuclidi A e B di cui è composto il campione:

$$R_{totale} = R_A + R_B = \frac{\ln 2}{T_A} N_{A,0} + \frac{\ln 2}{T_B} N_{B,0} = \left(\frac{N_{A,0}}{T_A} + \frac{N_{B,0}}{T_B} \right) \ln 2 = \left(\frac{3,0 \cdot 10^{12}}{9,1 \cdot 10^8} + \frac{5,4 \cdot 10^{12}}{5,6 \cdot 10^8} \right) \cdot \ln 2 = 0,9 \cdot 10^3 \text{ Bq}$$

$$T_A = 28,8 \text{ anni} = 9,1 \cdot 10^8 \text{ s} \quad T_B = 17,7 \text{ anni} = 5,6 \cdot 10^8 \text{ s}$$

2) Le attività dei due radionuclidi sono uguali quando:

$$R_A = R_B \Rightarrow \frac{\ln 2}{T_A} N_{A,0} e^{-t/\tau_A} = \frac{\ln 2}{T_B} N_{B,0} e^{-t/\tau_B}$$

da cui si ricava il tempo necessario affinché tali attività siano uguali:

$$t = \frac{\tau_A \tau_B}{\tau_A - \tau_B} \ln \left(\frac{N_{B,0} T_A}{N_{A,0} T_B} \right) = \frac{13,1 \cdot 10^8 \cdot 8,1 \cdot 10^8}{13,1 \cdot 10^8 - 8,1 \cdot 10^8} \ln \left(\frac{5,4 \cdot 10^{12} \cdot 9,1 \cdot 10^8}{3,0 \cdot 10^{12} \cdot 5,6 \cdot 10^8} \right) = 71 \text{ anni}$$

$$\tau_A = \frac{T_A}{\ln 2} = \frac{9,1 \cdot 10^8}{0,693} = 13,1 \cdot 10^8 \text{ s} \quad \tau_B = \frac{T_B}{\ln 2} = \frac{5,6 \cdot 10^8}{0,693} = 8,1 \cdot 10^8 \text{ s}$$

Esercizio

Un uomo di 75 kg è investito da una radiazione che rilascia un'energia pari a $6,0 \times 10^6$ GeV. Determina la dose assorbita dall'uomo. Se la radiazione è costituita da particelle alfa o da raggi X, qual sarà la dose equivalente assorbita?

Soluzione

Per definizione, la dose assorbita D è la quantità di energia ΔE assorbita per radiazione dall'unità di massa del corpo:

$$D = \frac{\Delta E}{m} = \frac{6 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{75} = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Gy} \quad 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Esprime lo scambio energetico fra la radiazione ionizzante e il corpo irraggiato.

Però la dose assorbita, proprio perché esprime l'interazione fra radiazione e materia dal punto di vista fisico, è poco significativa ai fini della valutazione del danno biologico prodotta dalla radiazione. Infatti, la stessa dose assorbita D , dovuta a radiazioni diverse, provoca danni biologici diversi. Allora, per valutare gli effetti della radiazione sugli esseri viventi, bisogna tener conto, oltre della dose, anche della natura della radiazione. Per questo motivo si introduce la dose equivalente H , definita come il prodotto tra la dose assorbita D e un fattore numerico Q chiamato fattore di qualità o pericolosità, che per la radiazione alfa è pari a 20 e per i raggi X è 1:

$$H_{\text{alfa}} = D \cdot Q = 1,3 \cdot 10^{-5} \cdot 20 = 2,6 \cdot 10^{-5} \text{ Sv} \quad H_{\text{raggi X}} = D \cdot Q = 1,3 \cdot 10^{-5} \cdot 1 = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ Sv}$$

Quindi, per una stessa dose assorbita D , la radiazione alfa produce danni biologici maggiori della radiazione X.

Esercizio

Il radioisotopo ossigeno-15, una volta iniettato nel sangue, consente di ottenere immagini del flusso sanguigno cerebrale e nel miocardio. Dopo un intervallo di tempo di 406 s la quantità di ossigeno-15 si riduce a 1/10 della quantità iniziale. Determina la vita media dell'ossigeno-15 e il tempo di dimezzamento.

Soluzione

Utilizzando la legge del decadimento radioattivo:

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$$

otteniamo la vita media del radioisotopo ^{15}O :

$$\frac{N_0}{10} = N_0 e^{-t/\tau} \xrightarrow{\text{da cui}} \tau = \frac{t}{\ln 10} = 176 \text{ s}$$

Il tempo di dimezzamento del ^{15}O è legato alla sua vita media dalla relazione:

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \xrightarrow{\text{da cui}} T_{1/2} = \tau \ln 2 = 176 \cdot 0,693 = 122 \text{ s}$$

Esercizio

Per un esame diagnostico della tiroide a un paziente viene somministrata una sostanza contenente $M=8 \times 10^{-11}$ g dell'isotopo radioattivo $^{131}_{53}\text{I}$. La metà dello iodio somministrato viene assorbita dalla tiroide, l'altra metà viene espulsa dall'organismo entro 24 ore. Il tempo di dimezzamento dell'isotopo radioattivo è di $T_{1/2} = 8$ giorni. Quanto iodio rimane nella tiroide dopo 4 giorni?

Soluzione

La quantità di iodio nella tiroide segue la legge del decadimento radioattivo:

$$M(t) = M_0 e^{-t/\tau}$$

Tenendo presente che la vita media dello iodio è:

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2}$$

e che vogliamo conoscere il suo contenuto nella titoide dopo 4 giorni, ossia dopo un tempo:

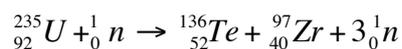
$$t = \frac{T_{1/2}}{2}$$

si ha che:

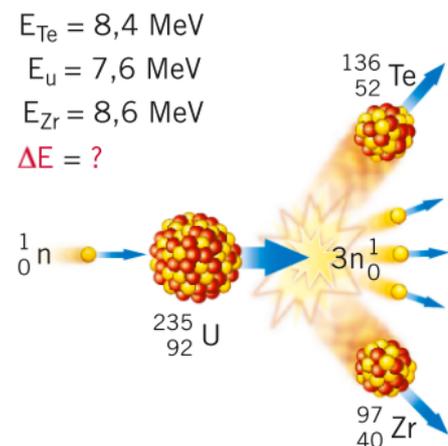
$$M(t) = M_0 e^{-\frac{t}{T_{1/2}} \ln 2} = M_0 e^{-\frac{1}{2} \ln 2} = \frac{M_0}{\sqrt{2}} = \frac{8 \cdot 10^{-11}}{\sqrt{2}} = 2,8 \cdot 10^{-11} g$$

Esercizio

Si consideri la reazione:



Le energie di legame per nucleone di ${}_{92}^{235}\text{U}$, ${}_{52}^{136}\text{Te}$, ${}_{40}^{97}\text{Zr}$ valgono, nell'ordine, 7.6 MeV, 8.4 MeV, 8.6 MeV. Calcola l'energia emessa dalla reazione.



Soluzione

L'energia emessa nella reazione è pari alla differenza tra l'energia di riposo dei reagenti e quella dei prodotti. A sua volta, tale differenza è uguale alla differenza tra l'energia di legame totale dei prodotti e l'energia di legame totale dei reagenti. I neutroni, essendo liberi, non hanno energia di legame e, quindi, non sono rilevanti per la risoluzione del problema.

L'energia di legame di un nucleo è pari alla sua energia di legame per nucleone moltiplicata per il suo numero di massa A. Otteniamo così:

$$\Delta E = 136E_{\text{Te}} + 97E_{\text{Zr}} - 235E_{\text{U}} = 136 \cdot 8,4 + 97 \cdot 8,6 - 235 \cdot 7,6 = 0,2 \text{ GeV}$$

Esercizio

Una massa di 1 kg di ${}^{235}\text{U}$ contiene $2,56 \times 10^{24}$ nuclei e subisce un processo di fissione nucleare. Ogni evento di fissione di ciascuno dei nuclei dell' ${}^{235}\text{U}$ libera un'energia di 208 MeV. Calcola: 1) l'energia liberata nel processo di fissione. 2) Per quanto

tempo questa energia potrebbe alimentare una lampadina da 100 W.

Soluzione

3) L'energia prodotta dalla massa di uranio è pari a:

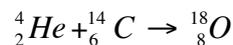
$$E = n \cdot E_i = 2,56 \cdot 10^{24} \cdot 208 = 532,5 \cdot 10^{24} \text{ MeV} = 532,5 \cdot 10^{24} \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 852 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

4) Dalla definizione di potenza, ricaviamo per quanto tempo questa energia potrebbe alimentare una lampadina da 100 W:

$$P = \frac{E}{t} \xrightarrow{\text{da cui}} t = \frac{E}{P} = \frac{852 \cdot 10^{11}}{100} = 852 \cdot 10^9 \text{ s} \cong 27000 \text{ anni}$$

Esercizio

Le masse dell'elio-4, del carbonio-14 e dell'ossigeno-18, in unità atomiche, sono rispettivamente, 4,0026, 14,00324 e 17,9992. Il processo di fusione:



è esoenergetico o endoenergetico? Quanta energia viene scambiata nel processo?

Soluzione

La massa totale dei nuclei reagenti è:

$$m_{\text{iniziale}} = m_{\text{He}} + m_{\text{C}} = 4,0026 + 14,00324 = 18,00584 \text{ u}$$

La massa dei nuclei prodotti è costituita dal solo ossigeno-18 ($m_0 = 17,9992 \text{ u}$), che è inferiore a quella dei reagenti. Pertanto, si tratta di una reazione esoenergetica in cui la massa mancata si è trasformata in energia, il cui valore è pari a:

$$E = \Delta m \cdot c^2 = (m_{\text{iniziale}} - m_{\text{finale}}) \cdot c^2 = [(18,00584 - 17,9992) \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27}] \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 2,8 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

$$1 \text{ u} = 1,66054 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Esercizio

Nel Sole avvengono diversi processi di fusione. In uno di questi, un nucleo di deuterio ${}^2_1\text{H}$, di massa $3,3436 \times 10^{-27}$ kg si unisce a un protone formando un nucleo di elio-3 ${}^3_2\text{He}$, di massa $5,0082 \times 10^{-27}$ kg. Nel processo viene emesso un fotone. Determina la frequenza del fotone emesso.

Soluzione

La somma dei nuclei reagenti nella reazione vale:

$$m_{\text{iniziale}} = m_D + m_p = 3,3436 \cdot 10^{-27} + 1,6726 \cdot 10^{-27} = 5,0162 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

In questa reazione vi è un difetto di massa negativo, ossia il nucleo finale di elio ha una massa inferiore alla somma dei nuclei iniziali:

$$\Delta m = m_{\text{iniziale}} - m_{\text{finale}} = 5,0162 \cdot 10^{-27} - 5,0082 \cdot 10^{-27} = 0,008 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

A questo difetto di massa, per l'equivalenza massa-energia ($E=mc^2$), corrisponde un'energia pari a:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 0,008 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 0,072 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

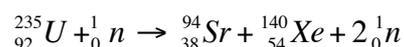
che viene portata via dal fotone, la cui frequenza è quindi:

$$\Delta E = hf \Rightarrow f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{0,072 \cdot 10^{-11}}{6,626 \cdot 10^{-34}} = 1,1 \cdot 10^{21} \text{ Hz}$$

Si tratta di un fotone gamma.

Esercizio

Un nucleo di uranio-235 ($m=390,17 \times 10^{-27}$ kg) cattura un neutrone e dà origine alla reazione di fissione:



La massa atomica dello stronzio è di $145,92 \times 10^{-27}$ kg, la massa atomica dello xeno è di $225,61 \times 10^{-27}$ kg. Dopo aver controllato che la reazione è bilanciata, calcolare l'energia liberata durante la reazione di fissione.

Soluzione

Il numero atomico è definito come: $A=Z+N$ per cui:

$$\begin{aligned} \text{uranio: } & A=235 \quad Z=92 \quad N=143 \\ \text{stronzio: } & A=94 \quad Z=38 \quad N=56 \\ \text{xenon: } & A=140 \quad Z=54 \quad N=86 \end{aligned}$$

Allora:

$$\begin{aligned} \text{prima della reazione: } & N=143+1=144 \quad Z=92 \\ \text{dopo la reazione: } & A=56+86+2=144 \quad Z=54+38=92 \end{aligned}$$

Tenendo presente che nelle reazioni nucleari il numero di protoni e neutroni si deve conservare, la reazione è bilanciata.

La massa iniziale e finale valgono, rispettivamente:

$$\begin{aligned} m_{\text{iniziale}} &= m_U + m_n = 390,17 \cdot 10^{-27} + 1,68 \cdot 10^{-27} = 391,85 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ m_{\text{finale}} &= m_{\text{Sr}} + m_{\text{Xe}} + 2m_n = 145,92 \cdot 10^{-27} + 225,61 \cdot 10^{-27} + 2 \cdot 1,68 \cdot 10^{-27} = 374,89 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \end{aligned}$$

In questa reazione vi è un difetto di massa negativo:

$$\Delta m = m_{\text{iniziale}} - m_{\text{finale}} = 391,85 \cdot 10^{-27} - 374,89 \cdot 10^{-27} \cong 20 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

A questo difetto di massa, per l'equivalenza massa-energia ($E=mc^2$), corrisponde un'energia liberata pari a:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 20 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,80 \cdot 10^{-9} \text{ J} = 1,8 \text{ nJ}$$

Esercizio

Un reattore a uranio-235 ha una potenza di 10 MW. Ogni processo di fissione all'interno del reattore produce un'energia di 0,20 GeV. Calcola: 1) quante fissioni al secondo avvengono nel reattore; 2) quanti grammi di uranio si trasformano, ogni secondo, in altri elementi; 3) quanto petrolio si dovrebbe bruciare ogni secondo per produrre la stessa potenza (potere calorifico del petrolio= $4,6 \times 10^7$ J/kg).

Soluzione

- 1) Tenendo presente che in ogni processo di fissione si produce un'energia pari a 0,20 GeV ($E=0,20 \times 10^9 \times 1,6 \times 10^{-19} = 0,32 \times 10^{-10}$ J), il numero di fissioni al secondo è pari a:

$$P = \frac{nE}{t} \Rightarrow n = \frac{P \cdot t}{E} = \frac{10 \cdot 10^6 \cdot 1}{0,32 \cdot 10^{-10}} = 3,1 \cdot 10^{17} \text{ fissioni}$$

- 2) Tenendo presente la fissione di ciascun nucleo di ^{235}U libera, mediamente, un'energia pari a $E=230$ MeV, in totale, nelle n fissioni si ha:

$$\Delta E = n \cdot E = 230 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,1 \cdot 10^{17} = 11,4 \cdot 10^6 \text{ J} = 11,4 \text{ MJ}$$

Quindi, la quantità di uranio che si è trasformato ogni secondo, in altri elementi, è pari a:

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{11,4 \cdot 10^6}{(3 \cdot 10^8)^2} = 1,3 \cdot 10^{-10} \text{ kg}$$

- 3) Tenendo presente la relazione tra potere calorifico e calore prodotto:

$$Q = m \cdot P_{\text{calorifico}}$$

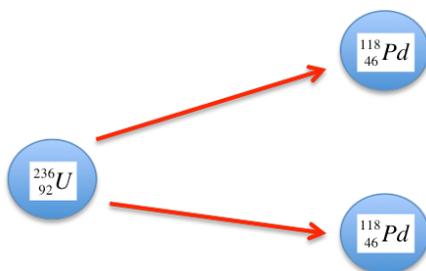
si ottiene quanto petrolio si dovrebbe bruciare ogni secondo per produrre la stessa potenza di 10 MW della centrale nucleare:

$$m = \frac{E}{P_{\text{cal}}} = \frac{11,4 \cdot 10^6}{4,6 \cdot 10^7} = 0,25 \text{ kg}$$

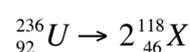
Esercizio

Considera il processo di fissione in cui un nucleo di uranio-236, la cui massa in unità atomiche è $m_U = 236,046$, si divide in due nuclei più leggeri, identici, senza rilasciare neutroni o fotoni. 1) Di che specie sono i nuclei prodotti? 2) Qual è la velocità dei due nuclei prodotti?

Soluzione



- 1) Poiché nelle reazioni nucleari il numero di protoni e neutroni si deve conservare, il processo descritto è del tipo:



da cui si deduce che i due frammenti prodotti dalla fissione sono due nuclei di palladio Pd, la cui massa è $m_{Pd}=117,919$ u.

2) In questa reazione vi è un difetto di massa negativo:

$$\Delta m = m_U - 2m_{Pd} = 236,046 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} - 2 \cdot 117,919 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27} = 0,346 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

A questo difetto di massa, per l'equivalenza massa-energia ($E=mc^2$), corrisponde la seguente energia:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 0,346 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 3,1 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

che si converte in energia cinetica dei due nuclei prodotti. Poiché la quantità di moto iniziale, nel sistema di riferimento del nucleo di uranio, è nulla, per il principio di conservazione della quantità di moto, i due nuclei avranno la stessa velocità:

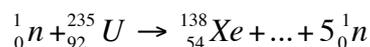
$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \Rightarrow 0 = m_{Pd} \vec{v}_1 - m_{Pd} \vec{v}_2 \Rightarrow \vec{v}_1 = \vec{v}_2$$

e quindi la stessa energia cinetica. Pertanto avranno velocità pari a:

$$K = \Delta E = \frac{1}{2}(2m_{Pd})v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\Delta E}{m_{Pd}}} = \sqrt{\frac{3,1 \cdot 10^{-11}}{117,919 \cdot 1,66054 \cdot 10^{-27}}} = 0,13 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Esercizio

Completa la seguente reazione nucleare:



in cui si verifica un difetto di massa pari a 4,2 unità di massa atomiche. Inoltre, $m_U=235,044$ u, $m_{Xe}=137,914$ u, $m_n=1,0087$ u. Determina la massa del nucleo mancante.

Soluzione

In una reazione nucleare, il numero di nucleoni $A=N+Z$ (protoni+neutroni) si deve conservare. Il numero di nucleoni iniziali è:

$$A_{iniziale} = 1 + 235 = 236$$

per cui anche quelli finali devono essere 236, pertanto il nucleo incognito ha 93

nucleoni:

$$A_{\text{finale}} = 138 + 5 + 93 = 236$$

Il numero di protoni iniziali è 92, il nucleo incognito ne ha $92 - 54 = 38$. Il nucleo incognito quindi è l'isotopo $^{93}_{38}\text{Sr}$ (isotopo dello stronzio). Il difetto di massa della reazione è:

$$\Delta m = m_{\text{iniziale}} - m_{\text{finale}} = (m_n + m_U) - (m_{\text{Xe}} + m_{\text{Sr}} + 5m_n)$$

da cui è possibile ricavare la massa del nucleo di stronzio (nucleo mancante):

$$m_{\text{Sr}} = m_U - m_{\text{Xe}} - 4m_n - \Delta m = 235,044 \text{ u} - 137,914 \text{ u} - 4 \cdot 1,0087 \text{ u} - 4,2 \text{ u} = 88,90 \text{ u}$$